

Serie 10

1. Wir betrachten einen Kreis mit zufälligem Radius R . Der Radius R sei exponentialverteilt mit Erwartungswert $1/\lambda$. Bestimmen Sie

- a) die Verteilungs- und Dichtefunktion des Flächeninhalts A des zufälligen Kreises;
- b) den Erwartungswert von A .

Eine Zufallsvariable X habe die Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{(1+x)^5}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

- c) Finden Sie c und die Verteilungsfunktion von X .
- d) Finden Sie $E[X]$ und $E[X^2]$.
HINWEIS: Berechnen Sie zuerst $E[1+X]$ und $E[(1+X)^2]$.
- e) Was sind die Verteilungsfunktion und die Dichte von $Y = e^X$?

2. Herr Meier fährt täglich mit konstanter Geschwindigkeit dieselbe Strecke s_0 (zum Beispiel von Zürich nach Bern, $s_0 = 120$ km). Die Geschwindigkeit V hängt vom Wetter und den Verkehrsbedingungen ab, und ihre Dichte ist von der Form

$$f_V(v) = \begin{cases} C v^2 e^{-\lambda v}, & \text{falls } v \geq 0, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

und dem Mittel $E[V] = v_0$ (zum Beispiel $v_0 = 90$ km/h).

- a) Bestimmen Sie die Werte der Parameter C und λ .
HINWEIS: Benützen Sie $\int_0^\infty t^n e^{-t} dt = n!$.
- b) Berechnen Sie die Varianz von V .
- c) Die Fahrzeit ist $T = s_0/V$. Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von T .

3. Die Zufallsvariable X besitze eine Standardnormalverteilung, die Zufallsvariable Y sei normalverteilt mit Erwartungswert -0.2 und Standardabweichung 3 . Bestimmen Sie mit Hilfe der Tabelle im Anhang die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$$P[X < -1.01], \quad P[-3.02 < X \leq 1], \quad P[Y \leq 8.8], \quad P[0.43 \leq |Y| < 1.54].$$

Bitte wenden!

Verteilungsfunktion Φ der Standardnormalverteilung $\mathcal{N}(0, 1)$:

$$\Phi(a) = \int_{-\infty}^a \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6408	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.998650	.998694	.998736	.998777	.998817	.998856	.998893	.998930	.998965	.998999
3.1	.999032	.999065	.999096	.999126	.999155	.999184	.999211	.999238	.999264	.999289
3.2	.999313	.999336	.999359	.999381	.999402	.999423	.999443	.999462	.999481	.999499
3.3	.999517	.999534	.999550	.999566	.999581	.999596	.999610	.999624	.999638	.999651
3.4	.999663	.999675	.999687	.999698	.999709	.999720	.999730	.999740	.999749	.999758
3.5	.999767	.999776	.999784	.999792	.999800	.999807	.999815	.999822	.999828	.999835
3.6	.999841	.999847	.999853	.999858	.999864	.999869	.999874	.999879	.999883	.999888
3.7	.999892	.999896	.999900	.999904	.999908	.999912	.999915	.999918	.999922	.999925
3.8	.999928	.999931	.999933	.999936	.999938	.999941	.999943	.999946	.999948	.999950
3.9	.999952	.999954	.999956	.999958	.999959	.999961	.999963	.999964	.999966	.999967

Beispiel: $\Phi(3.74) = 0.999908$.